

SERIE N°1 : CALCUL DANS IR.**EXERCICE N°1**

1. Calculer en présentant le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}}{3 + \frac{2}{5}} : \frac{2}{1 + \frac{1}{2 - \frac{1}{2}}}$$

2. Simplifier les expressions suivantes :

$$B = \frac{(0,009)^{-3}(0,016)^2 \times 250}{(0,00075)^{-1} \times 810^3 \times 30}$$

$$E = \sqrt{\frac{8^{10} + 4^{10}}{8^4 + 4^{11}}}; \quad F = \frac{(8^{n+1} + 8^n)^2}{(4^n - 4^{n+1})^3};$$

$$G = \frac{\sqrt{11+6\sqrt{2}} + \sqrt{3} - \sqrt{5+2\sqrt{6}}}{\sqrt{6+2\sqrt{5}} + \sqrt{2} - \sqrt{7+2\sqrt{10}}}$$

EXERCICE N°2

Démontrer que pour tout $a > b \geq 0$

$$I) \frac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a-b}}$$

et

$$II) \left(\sqrt{a+\sqrt{a^2-b^2}} + \sqrt{a-\sqrt{a^2-b^2}} \right)^2 = 2(a+b)$$

EXERCICE N°3

1) On pose $A = (\sqrt{6} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - 2)(\sqrt{2} + \sqrt{3})$

- a) Quel est le signe de A? Calculer A^2 .
b) En déduire une écriture simple de A.

2) Soit $X = \sqrt{12-3\sqrt{7}} - \sqrt{12+3\sqrt{7}}$

Déterminer le signe de X. Calculer X^2 . En déduire une écriture simple de X.

- 3) Simplifier

$$Y = \sqrt{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}\sqrt{2+\sqrt{2-\sqrt{2}}}\sqrt{2-\sqrt{2-\sqrt{2}}}$$

EXERCICE N°4

1. Mettre les nombres suivants sous la forme $\sqrt{x} \mp \sqrt{y}$ avec x et y des entiers naturels.

$$A = \sqrt{11 + 2\sqrt{30}} \quad B = \sqrt{8 - 4\sqrt{3}}$$

2. Montrer que si $\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}} = \sqrt{5}$, alors $\left| \sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}} \right| = 1$

3. Soit $A(x) = (2x - \sqrt{3})^2 + 2(2x - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3}) + (1 + \sqrt{3})^2$

Résoudre l'équation $\sqrt{A(x)} - 7 = 0$

EXERCICE N°5

Factoriser les expressions suivantes :

- $A = (4a^2 + b^2 - 9)^2 - 16a^2b^2$
- $B = (9x^2 - 12x + 4) + (x - 3)^2 - (2x + 1)^2$
- $C = (ax + by)^2 + (ay - bx)^2$
- $D = a^4 - b^4 + 2ab(a^2 - b^2) - (a^3 - b^3) + ab^2 - a^2b$
- $E = (x + y)^3 - x^3 - y^3$
- $F = a^2(x^2 + b^4) - b^2(x^2 + a^4)$

EXERCICE N°6

1. Calculer le réel : $A = (a + b + c)^2$
2. Démontrer que : $\forall (a, b, c) \in \mathbb{R}^3, (a + b + c = 0) \Rightarrow (a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + bc + ac))$
3. On considère trois réels non nuls a, b et c . Démontrer les implications :
 - i. $(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0) \Rightarrow ((a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2)$
 - ii. $(a + b + c = 0) \Rightarrow \frac{1}{b^2+c^2-a^2} + \frac{1}{c^2+a^2-b^2} + \frac{1}{a^2+b^2-c^2} = 0.$
 - iii. $(ab + bc + ac = 0) \Rightarrow (S = \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c} = -3)$
4. Montrer que $B = \frac{4a^2-1}{(a-b)(a-c)} + \frac{4b^2-1}{(b-c)(b-a)} + \frac{4c^2-1}{(c-a)(c-b)} = 4$

EXERCICE N°7

1. Développer $D = (1 - a)(1 + a + a^2 + a^3 + a^4 + a^5 + a^6)$.
2. En déduire, pour $a \neq 1$ que : $1 + a + a^2 + a^3 + a^4 + a^5 + a^6 = \frac{1-a^7}{1-a}$
3. Déduire de cela la valeur exacte de : $S = 1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{8}{27} + \frac{16}{81} + \frac{32}{243} + \frac{64}{729}$.

EXERCICE N°8

Résoudre dans \mathbb{R} les équations et inéquations suivantes:

1. $|x - 10| = -5$
2. $|x - 10| = 5$
3. $|3x^2 - 1| = 5$
4. $|(2x - 1)^2 - 9| = 7$
5. $\left| \frac{2x+1}{x-1} \right| = \frac{5}{4}$
6. $|4x - 2| = -x + 2$
7. $|-x + 3| = |2x - 4|$

8. $|x + 2| + |6 - 2x| = 13$
9. $|3x - 1| + |x + 1| - 1 = 0$

Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes:

1. $d(5; -x) \leq 4$
2. $|3 - 2x| < 4$
3. $|x + 4| \leq 2x - 6$
4. $|2x - 8| \geq 12$
5. $|x + 2| > 3x - 5$

Bon Courage !

L'énergie est contagieuse, si tu veux voler avec les aigles, tu devras arrêter de nager avec les canards. T. HARVEKER